Estimados Padres de Familia y Personas Encargadas del Cuidado de los Niños,

Esta es otra carta sobre las expectativas de los nuevos Estándares Estatales Esenciales Comunes para Matemáticas. Seguimos trabajando para preparar a su hijo a que cumpla con las exigencias de la universidad y/o el sitio laboral en el siglo 21. Esta carta explica cómo los estudiantes pueden relacionar las prácticas matemáticas a una de las ideas principales de geometría en el octavo grado, el Teorema de Pitágoras. También muestra dónde se pueden encontrar estas matemáticas en la vida real.

8.G.6 Cómo entender y aplicar el Teorema de Pitágoras

- Explicar una prueba del Teorema de Pitágoras y su opuesto.
- Aplicar el Teorema de Pitágoras para determinar la longitud desconocida de los lados en triángulos rectos en el mundo real y problemas matemáticos en dos y tres dimensiones.
- Aplicar el Teorema de Pitágoras para encontrar la distancia entre dos puntos en un sistema de coordenadas.

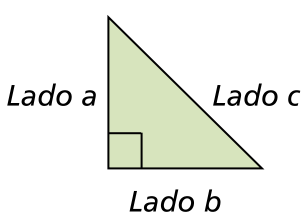
Cómo entender y aplicar el Teorema de Pitágoras

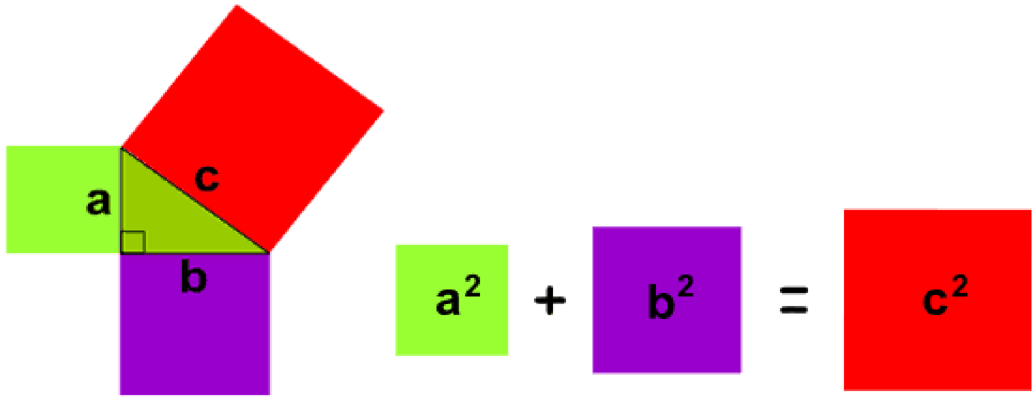
A fin de entender y probar este teorema, la mayoría de los estudiantes usarán un diagrama para que tenga sentido, adjuntándole números y determinando si el resultado es lo que dice el teorema. Los números y diagrama lo ayudarán a crear un argumento o prueba válida. Esto es lo que van a aprender.

El Teorema de Pitágoras

Hace años, un hombre de nombre Pitágoras encontró un hecho fascinante sobre triángulos. Si el triángulo tiene un ángulo recto (90°) ...
… y cada uno de los tres lados (catetos) los elevas al cuadrado – a, b y c, entonces…
… ¡el cuadrado creado en el lado más largo tiene la misma área exactamente igual que las otras dos áreas al cuadrado sumadas juntas!
Se llama el "Teorema de Pitágoras" y se puede escribir en una ecuación corta:

$$\mathbf{a^2 + b^2 = c^2}$$





Nota:

- *C es el lado más largo del triángulo*
- *A y b son los otros dos lados y forman un ángulo recto*

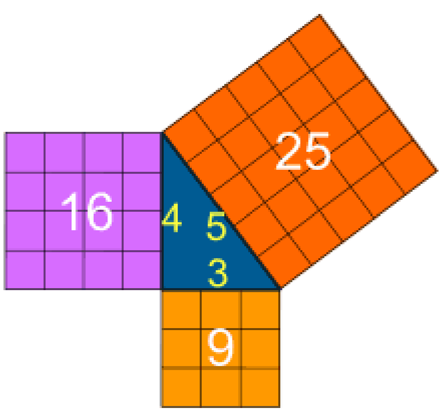
Cómo modelar el teorema

La ilustración de arriba es un modelo del teorema. Muestra lo que significan las palabras. Usando modelos es una práctica matemática. El lado más largo del triángulo se llama la "hipotenusa", así es que el teorema formal afirma:

> **En un triángulo rectángulo**
> **el cuadrado de la hipotenusa es igual a**
> **la suma de los cuadrados de los otros dos lados (del triángulo)**.

Cómo comprobar que las áreas son las mismas

Otra de las prácticas matemáticas es para que los estudiantes creen argumentos válidos matemáticos. Veamos si el teorema verdaderamente funciona usando un ejemplo. Ejemplo: El triángulo A con longitud de los lados de 3 cm., 4 cm. y 5 cm. llamado el "triángulo "3,4,5" tiene un ángulo recto. Para verificar si las áreas son las mismas, hemos mostrado las áreas de cada cuadrado en centímetros cuadrados. ¿Las áreas de los dos cuadrados más pequeños son iguales al del cuadrado más grande?



$3^2 + 4^2 = 5^2$

$(3*3) + (4*4) = (5*5)$

Calculamos:

$9 + 16 = 25$

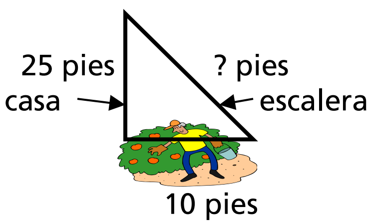
¡Funciona!

Después de trabajar con modelos, los estudiantes pueden visualizar los cuadrados en los lados, tienen una ilustración de lo que significa elevar un número al "cuadrado". Es decir, 4^2 significa que estás creando un cuadrado 4 por 4 con 4 unidades en cada lado. Así es que los estudiantes pueden trabajar sin realmente dibujar los cuadrados en el lado y dar con el resultado de 4^2 simplemente multiplicando 4 x 4.

¿Por qué es importante y útil el teorema?

Este teorema matemático tiene usos en la vida real.

> Supongamos que la casa está bajo llave y usted se queda fuera y sabe que hay una ventana sin llave en la segunda planta a 25 pies sobre el suelo. Si le prestan una escalera para llegar a la ventana usted puede entrar. Hay arbustos lo que significa que se deben colocar las patas de la escalera a 10 pies del lado de la casa. ¿Qué largo debe tener la escalera para llegar a la ventana? Usted puede encontrar la respuesta al usar 25 pies y 10 pies como los dos lados del triángulo que forman un ángulo recto con la casa.



$10^2 + 25^2 = ?^2$

$(10*10) + (25*25) = ?^2$

$100 + 625 = ?^2$

$725 = ?^2$

$\sqrt{725} = 26.9258\ldots$ así es que la escalera debe tener por lo menos 27 pies de largo.

Apoyo familiar: Pídale a su hijo que lo ayude a diseñar un nuevo estante para el televisor, adornos o libros que quepan en la esquina. La información clave aquí es que usted sabe las dimensiones del televisor así es que sabe la profundidad que debe tener el estante. También queremos que el estante sea del mismo largo en cada lado (a lo largo de las dos paredes).

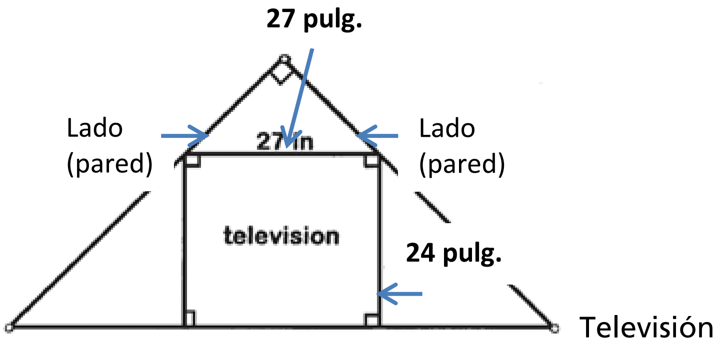
Centro de Entretenimiento (Adaptado de *Exemplars*)

Al diseñar un nuevo gabinete esquinero para nuestro televisor tengo que saber cuán profundo hacerlo de manera que quepa el televisor que tenemos actualmente. El gabinete debe ser de la misma longitud en cada lado de las paredes para que se encuentren en la esquina. Esta es una vista por arriba. Dele el diagrama más grande que se adjunta a su hijo y vea cómo lo resuelve.

Televisión

27 pulg.

24 pulg.

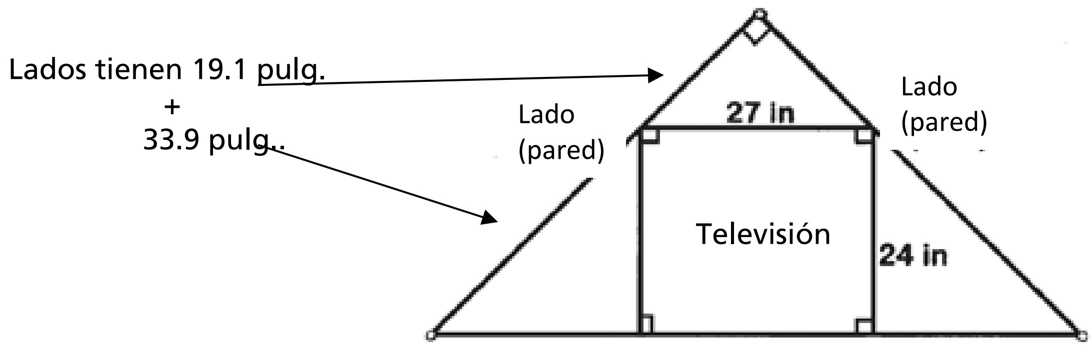


Para problemas como éste, los estudiantes deben mostrar todo el trabajo y explicar lo que representan los símbolos y cómo se llega a cada conclusión. Hay diferentes maneras de resolver el problema. Aquí hay una, con una explicación paso a paso. Si su hijo tiene dificultad, haga que conecte su explicación a los diagramas y luego practique su explicación.

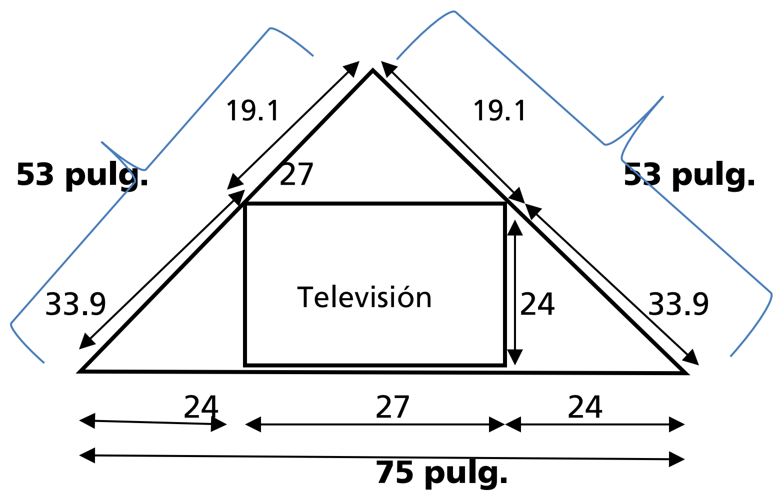
Una solución para el Centro de Entretenimiento

Sabemos que triángulo grande es un triángulo isósceles porque especificamos que los lados tienen que tener la misma longitud.

1. Ya que el ángulo superior es de 90° y los inferiores deben ser iguales, cada uno de los ángulos de abajo miden 45°.
2. Ya que cada uno de los dos triángulos de abajo tiene un ángulo de 90° y un ángulo de 45°, el tercer ángulo de cada uno también debe ser de 45°, ya que cada triángulo tiene un total de 180° para los tres ángulos..
3. Un estudiante debe identificar el triángulo pequeño de arriba como otro triángulo isósceles y razonar que cada uno de los dos ángulos de abajo tienen 45°; o pueden razonar que el ángulo recto que incluye la parte superior de los triángulos de abajo (45°), la esquina del TV (90°) y la parte inferior del triángulo de arriba requiere que esos ángulos sean de 45°.
4. Pueden usar el teorema Pitagórico para encontrar la longitud de los lados del triángulo pequeño superior. El cuadrado de la hipotenusa (27 x 27) es 729 pulg. En consecuencia, los cuadrados de los otros lados juntos da 729 pulg^2. Dividido igualmente entre los otros dos lados, cada uno tiene 364.5 pulg^2, así es que cada lado tiene $\sqrt{364.5}$ o 19.1 pulg. (use una calculadora para comprobar esto). En consecuencia, 19.1 pulg. es la longitud de los lados del triángulo superior.
5. Cálculos similares se hacen para los triángulos pequeños de abajo para descubrir el largo de sus hipotenusas. Los triángulos de abajo tienen las mismas medidas del ángulo de arriba (90° y dos ángulos de 45°, así es que sabemos que son isósceles también). Uno de los lados mide 24 pulg. así es que lo elevamos al cuadrado para encontrar la medida de los dos lados elevados al cuadrado: 24 x 24 = 576. Sumando las áreas de los dos cuadrados nos da 1152 pulg^2 para el área de las patas no hipotenusa. Así es que, el largo de la hipotenusa es $\sqrt{1152}$ = 33.9 pulg.



6. Cada lado del gabinete tendrá 19.1 + 33.9 pulg. o 53 pulgadas de largo.
7. Ahora debemos encontrar la medida del frente del gabinete, la parte inferior del triángulo más grande. Encontramos que las patas de los triángulos inferiores tienen 24 pulg. y sabemos que la parte de en medio de esa línea es parte de un rectángulo con su lado opuesto que tiene 27 pulg. así es que también mide 27 pulg. ¡Lo que queda es sumar las medidas parciales, 24 + 27 + 24 = 75 pulg. para el frente del gabinete! Las medidas triangulares superiores 53 por 53 por 75 pulgadas (aproximadamente).



Si sabemos la longitud de los dos lados del triángulo del ángulo recto, podemos encontrar el largo del **tercer lado**. (¡Pero recuerde esto sólo funciona en los triángulos de ángulos rectos!) Esto es práctico para las situaciones de la vida real.

La Asociación Nacional de Padres y Maestros ha creado recursos para ayudar a los padres a que apoyen a sus hijos. La información se puede encontrar en: www.pta.org/common_core_state_standards.asp

Maestro(a) del Octavo Grado,_______________________________________

Práctica del Estudiante

Centro de Entretenimiento

¿Qué longitud deben tener el frente y los lados del gabinete de entretenimiento para que tenga capacidad para el televisor? Muestre su trabajo y explique cómo llegó a su conclusión.